

Super Mario Graph (**mario**)

Testo del problema

Slides originali su: judge.science.unitn.it/slides/asd21/prog1.pdf

È una giornata tranquilla nel Regno dei Funghi, un luogo ameno dove la gente risolve i propri problemi con algoritmi efficienti, quando all'improvviso il terribile Bowser decide di mettere in pericolo l'intero universo e l'efficienza degli algoritmi. Il suo piano consiste nel trasformare tutti gli algoritmi polinomiali in esponenziali!

Per fortuna interviene il nostro eroe Super MontreMario, un grande appassionato di algoritmi e tubature! È sempre più vicino a trovare la prova che $\mathcal{P} = \mathcal{NP}^1$ e non può permettere che Bowser realizzi il suo piano.

Il Regno dei Funghi è composto di vari livelli, collegati da tubi percorribili in **entrambi i sensi** e tra due livelli può esistere al massimo un solo tubo. La Figura 1 mostra una mappa del Regno dei Funghi.

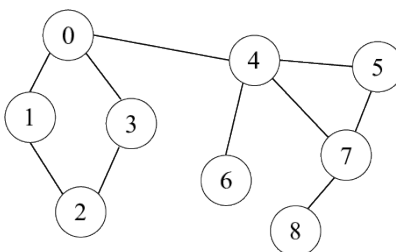


Figura 1: Una mappa del Regno dei Funghi con 9 livelli, collegati da 10 tubi.

Il nostro eroe scende in campo insieme ai suoi amici per sgominare la minaccia del terribile Bowser. Per affrontare Bowser, avranno bisogno di usare dei Power-Up. Purtroppo alcuni eroi del Regno dei Funghi non hanno una scorta sufficiente di Power-Up e per questo motivo devono chiedere agli amici di spedirgliene qualcuno. Gli eroi si trovano solo in alcuni livelli del Regno dei Funghi, come mostrato in Figura 2.

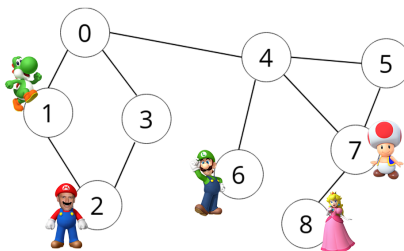


Figura 2: Una disposizione dei nostri eroi nel Regno dei Funghi. MontreMario si trova nel livello 2, Yoshi in 1, Luigi in 6, la Principessa Peach in 8 e Toad in 7.

I Power-Up vengono consegnati dai Toad postini, incaricati di attraversare i livelli del regno fino a raggiungere l'eroe destinatario. Ogni Toad ha uno spazio limitato nello zaino e può consegnare un solo Power-Up.

Il cattivo Bowser non perde mai occasione di mettere i bastoni tra le ruote di Super MontreMario e i suoi amici. Con l'aiuto del suo più fidato sgherro Kamek scaglia un incantesimo sul Regno dei Funghi. D'ora in poi un tubo, dopo essere attraversato, si trasforma in uno scivolo e non potrà mai più essere attraversato nel verso opposto.

¹Super Mario Brothers isn't just hard - it's NP-hard, MIT Computer Science & Artificial Intelligence Lab.

Super Montremario, da grande esperto di algoritmi e tubature qual è, si accorge che alcuni scivoli sono molto particolari, sono **scivoli arcobaleno**.

Definizione di scivolo arcobaleno

Uno scivolo arcobaleno è un tubo $u \leftrightarrow v$ che, nel grafo originale, rappresenta l'unico modo per raggiungere v partendo da u .

Esempio. Nell'esempio riportato in Figura 3, $0 \leftrightarrow 4$ è uno scivolo arcobaleno, visto che è l'unico modo per raggiungere 4 partendo da 0. Al contrario, $1 \leftrightarrow 0$ non è uno scivolo arcobaleno, in quanto 1 può raggiungere 0 anche tramite il percorso $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 0$.

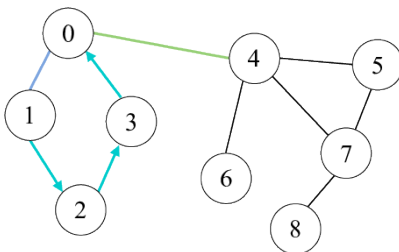


Figura 3: Il collegamento $0 \leftrightarrow 4$ (in verde) è uno scivolo arcobaleno, invece $1 \leftrightarrow 0$ (in azzurro) no.

Il vostro compito

Aiutate Super MontreMario e i suoi amici a sconfiggere Bowser! Per farlo dovete rispondere alle seguenti domande:

- È possibile consegnare tutti i Power-Up?
- Quali sono gli scivoli arcobaleno che i Toad devono attraversare? E in che direzione devono essere percorsi?

Vi verrà fornita la mappa del Regno dei Funghi, contenente N livelli collegati da M tubi bidirezionali, ciascuno specificato da una coppia (u, v) . Vi sarà indicato quanti Power-Up P si dovranno scambiare i nostri eroi, per ciascun Power-Up vi sarà indicata una coppia (L_p, L_d) , che indicano rispettivamente il livello di partenza in cui si trova il Power-Up e il livello di destinazione in cui consegnarlo.

Esempi

Esempio 1

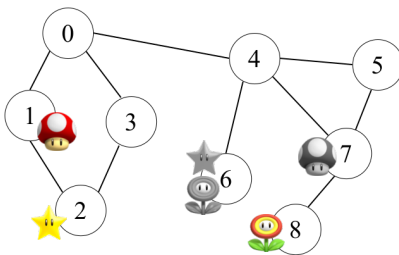


Figura 4: Una mappa del Regno dei Funghi con 9 livelli, collegati da 10 tubi e 3 Power-Up da consegnare: $2 \rightarrow 6$, $1 \rightarrow 7$ e $8 \rightarrow 6$.

Nell'esempio di Figura 4 mostriamo una mappa con 9 livelli, collegati da 10 tubi. Ci sono 3 Power-Up da consegnare: $2 \rightarrow 6$, $1 \rightarrow 7$ e $8 \rightarrow 6$. La Figura 5 riporta una soluzione: (a) per consegnare il primo Power-Up (super stella) dal livello 2 al 6, il primo Toad postino segue il percorso $2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 6$; (b) per consegnare il secondo Power-Up (super fungo) dal livello 1 al 7, il secondo Toad postino segue il percorso $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 7$; (c) per consegnare il terzo Power-Up (fiore di fuoco) dal livello 8 al 6, il terzo Toad postino segue il percorso $8 \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 6$. In questa soluzione, gli scivoli arcobaleno percorsi dai Toad postini da indicare nell'output sono **3**: $0 \rightarrow 4$, $4 \rightarrow 6$ e $8 \rightarrow 7$.

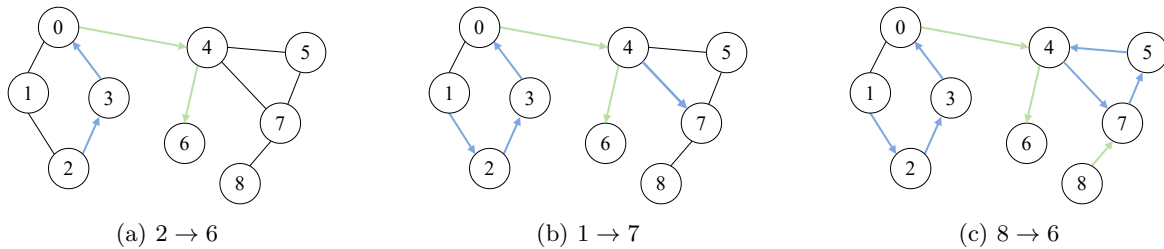


Figura 5: La soluzione del primo esempio: (a) $2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 6$; (b) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 7$; e (c) $8 \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 6$. In questa soluzione, gli scivoli arcobaleno percorsi dai Toad postini da indicare nell'output sono **3**: $0 \rightarrow 4$, $4 \rightarrow 6$ e $8 \rightarrow 7$.

Esempio 2

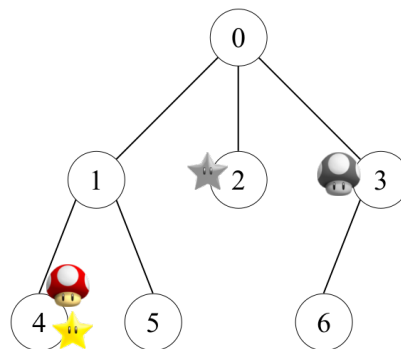


Figura 6: Una mappa del Regno dei Funghi con 7 livelli, collegati da 6 tubi che formano un albero. Ci sono 2 Power-Up da consegnare: $4 \rightarrow 2$ e $4 \rightarrow 3$.

Nell'esempio di Figura 6 mostriamo una mappa con 7 livelli, collegati da 6 tubi, che formano un albero. Ci sono 2 Power-Up da consegnare: $4 \rightarrow 2$ e $4 \rightarrow 3$. La Figura 7 riporta una soluzione: (a) per consegnare il primo Power-Up (super stella) dal livello 4 al 2, il primo Toad postino segue il percorso $4 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 2$; (b) per consegnare il secondo Power-Up (super fungo) dal livello 4 al 3 il secondo Toad postino segue il percorso $4 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 3$. In questa soluzione, gli scivoli arcobaleno percorsi dai Toad postini da indicare nell'output sono **4**: $4 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 0$, $0 \rightarrow 2$ e $0 \rightarrow 3$.

La Figura 7 (c) indica che qualora ci fosse un terzo Power-Up da consegnare da 6 a 0 sarebbe impossibile farlo, in quanto bisognerebbe percorrere lo scivolo $0 \rightarrow 3$ in direzione contraria $3 \rightarrow 0$. Nell'output si potrebbero indicare indifferentemente $3 \rightarrow 0$ o $0 \rightarrow 3$.

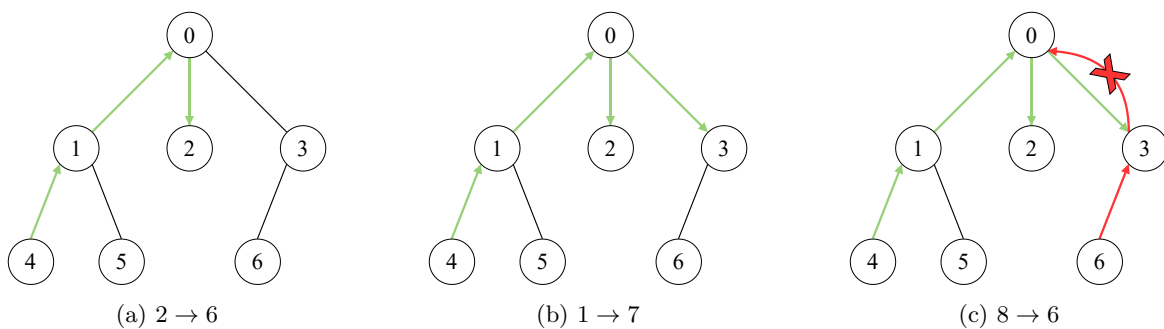


Figura 7: La soluzione del secondo esempio: (a) $4 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 2$; (b) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 7$. Gli scivoli arcobaleno da indicare nell'output sono **4**: $4 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 0$, $0 \rightarrow 2$ e $0 \rightarrow 3$. Qualora ci fosse un terzo Power-Up da consegnare da $6 \rightarrow 0$ sarebbe impossibile farlo, l'arco $3 \rightarrow 0$ genera un conflitto.

Esempio 3

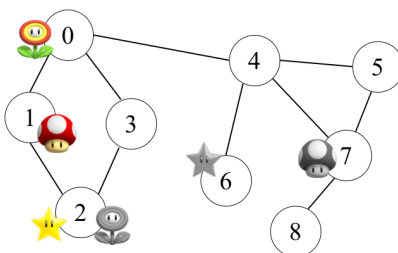


Figura 8: Una mappa del Regno dei Funghi con 9 livelli, collegate da 10 tubi e 3 Power-Up da consegnare: $2 \rightarrow 6$, $1 \rightarrow 7$ e $0 \rightarrow 2$.

Nell'esempio di Figura 8 mostriamo una mappa con 9 livelli, collegati da 10 tubi e 3 Power-Up da consegnare: $2 \rightarrow 6$, $1 \rightarrow 7$ e $0 \rightarrow 2$. La Figura 9 riporta una soluzione *errata*: (a) il primo Power-Up (super stella) viene consegnato da 2 a 6 seguendo il percorso $2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 6$; (b) il secondo Power-Up (super fungo) viene consegnato da 1 a 7 seguendo il percorso $1 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 7$; questo genera un problema per la consegna del terzo Power-Up (fiore di fuoco) da 0 a 2. Infatti, non è possibile percorrere né lo scivolo $0 \rightarrow 1$, né quello $0 \rightarrow 3$.

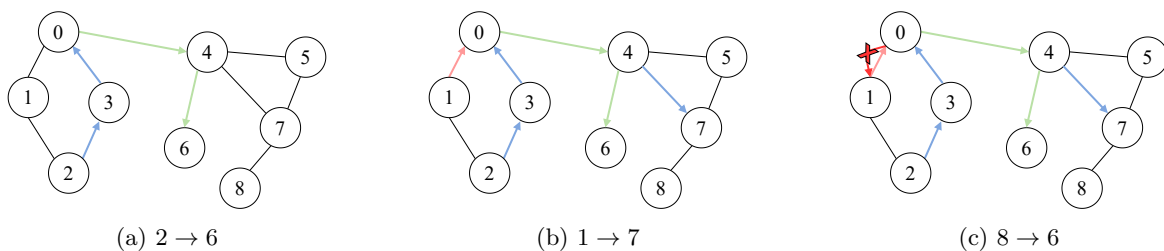


Figura 9: Una soluzione *errata* del terzo esempio: (a) $2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 6$; (b) $1 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 7$; (c) ora è impossibile consegnare il terzo Power-Up, c'è un conflitto sull'arco $0 \rightarrow 1$ (o alternativamente $0 \rightarrow 3$).

In questo caso, però, esiste una soluzione che permette di consegnare tutti i Power-Up, mostrata in Figura 10. (a) il primo Power-Up (super stella) viene consegnato da 2 a 6 seguendo il percorso $2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 6$; (b) il secondo Power-Up (super fungo) viene consegnato da 1 a 7 seguendo il percorso $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 7$; (c) il terzo

Power-Up (fiore di fuoco) ora può essere consegnato da 0 a 7 seguendo il percorso $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$. In questa soluzione, gli scivoli arcobaleno percorsi dai Toad postini da indicare nell'output sono **2**: $0 \rightarrow 4$ e $4 \rightarrow 6$.

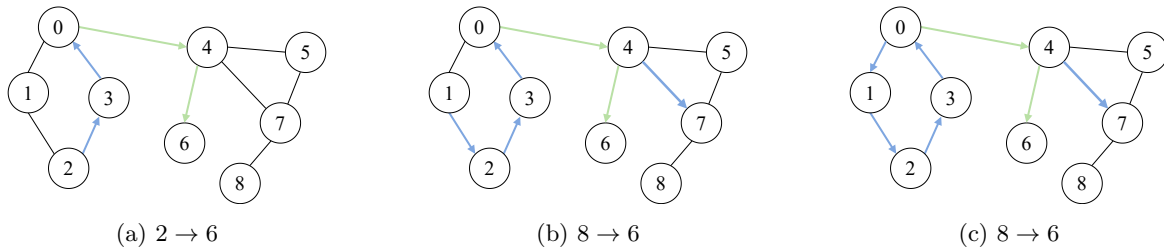


Figura 10: Una soluzione *corretta* del terzo esempio: (a) $2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 6$; (b) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 7$; (c) ora è possibile consegnare il terzo Power-Up, $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$. In questa soluzione, gli scivoli arcobaleno percorsi dai Toad postini da indicare nell'output sono **2**: $0 \rightarrow 4$ e $4 \rightarrow 6$.

Input/Output

Input: un file con $1 + M + P$ righe.

- La prima riga riporta 3 numeri interi positivi: N (`int`), M (`int`) e P (`int`), rispettivamente il numero di livelli, tubi e Power-Up.
- Le successive M righe riportano i tubi che collegano i livelli. Ogni riga riporta 2 interi u (`int`) e v (`int`), rappresentanti i livelli collegati.
- Le successive P righe sono costituite da 2 interi ciascuna: L_p (`int`) e L_d (`int`), che rispettivamente sono il livello di partenza in cui si trova il Power-Up e il livello di destinazione in cui consegnarlo.

Output: le informazioni da stampare in output dipenderanno dal fatto che per un dato caso di test sia possibile o meno consegnare tutti i Power-Up: la prima riga del file di output deve essere 0 se è **impossibile** consegnare tutti i Power-Up, 1 se è possibile.

- *Caso consegna impossibile.* Se è impossibile consegnare tutti i Power-Up (caso 0):
 - La seconda riga deve riportare 2 interi rappresentanti **un tubo che sarebbe necessario attraversare in entrambe le direzioni**. È indifferente stampare (u, v) o (v, u) . È possibile che ci siano molteplici tubi in conflitto, in tal caso è sufficiente stamparne uno qualsiasi.
- *Caso consegna possibile.* Se è possibile consegnare tutti i Power-Up (caso 1):
 - La seconda riga deve riportare il valore K (`int`), ovvero il numero di scivoli arcobaleno che i Toad sono obbligati ad attraversare per consegnare i Power-Up.
 - Le successive K righe, devono contenere 2 interi ciascuna u e v , rappresentanti la direzione in cui viene attraversato il k -esimo scivolo arcobaleno.

Note:

- Vanno stampati **solamente gli scivoli arcobaleno** che i Toad devono attraversare. Gli scivoli normali e i tubi non attraversati non devono essere stampati.
- L'ordine con il quale stampate i K scivoli arcobaleno non è importante.

Assunzioni e casi di test

Assunzioni

- $1 \leq N \leq 200.000$
- $1 \leq M \leq 200.000$
- $1 \leq P \leq 200.000$
- Ogni grafo è connesso.
- Ogni grafo è non diretto.

Casi di test

- 20 casi di test in totale;
- In almeno 6 casi, il grafo in input è un **albero** e c'è un solo Power-Up da consegnare $P = 1$;
- In 9 casi, il grafo in input non è un albero;
- In 5 casi, il grafo in input è un albero con $N \geq 40.000$ e $P \geq 50.000$

I limiti di tempo e memoria sono:

- Tempo limite massimo: 2 secondi;
- Memoria massima: 64 MB;

Punteggi e correttore

Per ogni caso di test, le soluzioni vengono valutate nel modo seguente:

1. Soluzioni corrette ottengono 5 **punti**
 - **consegna impossibile**: stampa 0 e un arco che genera conflitti;
 - **consegna possibile**: stampa 1, il valore corretto di K e i K scivoli arcobaleno percorsi nella direzione corretta;
2. Le soluzioni errate ottengono tutte 0 **punti**. Sono soluzioni errate:
 - i casi in cui la risposta, possibile 1 o impossibile 0, non è quella corretta.
 - se la risposta corretta è impossibile, ma si stampa un arco che non genera conflitti.
 - se la risposta corretta è possibile e K non è corretto.
 - se la risposta corretta è possibile, K è corretto, ma la lista di archi orientati data in output non è corretta. La lista è errata se contiene archi che non sono scivoli arcobaleno e se sono percorsi nell'ordine errato.

Valutazione

Per valutazione del progetto:

- Conta il punteggio dell'**ultimo sorgente** inviato al sistema;
- Il progetto è superato con un punteggio non inferiore a 30 punti;
- C'è un limite di 40 sottoposizioni per gruppo;

Dataset di esempio

Potete trovare un dataset equivalente con cui esercitarvi in locale:

judge.science.unitn.it/slides/asd21/dataset_mario.zip.

Nota: Il dataset di esempio contiene in output solo la prima riga, che indica se è possibile (**1**) o impossibile (**0**) consegnare tutti i Power-Up, senza ulteriori informazioni.

Esempi di input/output

File input.txt	File output.txt
9 10 3 0 1 0 3 1 2 2 3 0 4 4 5 4 6 4 7 5 7 7 8 2 6 1 7 0 2	1 2 4 6 0 4
File input.txt	File output.txt
7 6 2 0 1 0 2 0 3 1 4 1 5 3 6 4 2 4 3	1 4 4 1 1 0 0 2 0 3
File input.txt	File output.txt
7 6 5 2 5 0 2 2 6 6 4 3 6 1 2 3 0 4 1 1 4 4 5 4 2	0 4 6